Devoir de contrôle n °2

Exercice 1

$\alpha+\beta\neq 0$

Repondre par « vrai ou faux » aux questions suivantes sans justifier ta reponse :

$G=\text{bar}\{(A,\alpha),(B,\beta)\}$

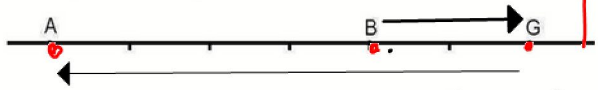
1- si G est le barycentre de (A, 2) et (B, 1) alors $\overrightarrow{AG}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ $\overrightarrow{AG}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ faux

$\overrightarrow{AG}=\frac{\beta}{\alpha+\beta}\overrightarrow{AB}$

2- Le barycentre de (A, 3) et (B, 3) est le milieu de [AB]. vrai

3- Dans la figure si contre , le point G est barycentre systeme $\{(A,-1);(B,3)\}$

$-\overrightarrow{GA}+3\overrightarrow{GB}=\vec{0}$



vrai

4- si G le barycentre du système $\{(A,2);(B,1);(C,2)\}$, Alors : $\overrightarrow{AG}=\frac{1}{5}\overrightarrow{AC}+\frac{2}{5}\overrightarrow{AB}$

$\alpha\overrightarrow{GA}+\beta\boxed{\overrightarrow{GB}}+\gamma\boxed{\overrightarrow{GC}}=\vec{0}$

$\alpha\overrightarrow{GA}+\beta\boxed{(\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{AB})}+\gamma\boxed{[\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{AC}]}=\vec{0}$

$\alpha\overrightarrow{GA}+\beta\overrightarrow{GA}+\beta\overrightarrow{AB}+\gamma\overrightarrow{GA}+\gamma\overrightarrow{AC}=\vec{0}$

$\boxed{(\alpha+\beta+\gamma)}\overrightarrow{GA}=-\beta\overrightarrow{AB}-\gamma\overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{AG}=\frac{\beta}{\alpha+\beta+\gamma}\overrightarrow{AB}+\frac{\gamma}{\alpha+\beta+\gamma}\overrightarrow{AC}$

$G=\text{bar}\{(A,\alpha),(B,\beta),(C,\gamma)\}$

$\overrightarrow{AG}=\frac{\beta}{\alpha+\beta+\gamma}\overrightarrow{AC}+\frac{\gamma}{\alpha+\beta+\gamma}\overrightarrow{AB}$

$G=\text{bar}\{(A,\alpha),(B,\beta),(C,\gamma)\}$

$\overrightarrow{AG}=\frac{\beta}{\alpha+\beta+\gamma}\overrightarrow{AC}+\frac{\gamma}{\alpha+\beta+\gamma}\overrightarrow{AB}$

4- si G le barycentre du système $\{(A,\overset{\alpha}{2});(B,\overset{\beta}{1});(C,\overset{\gamma}{2})\}$, Alors : $\overrightarrow{AG}=\frac{1}{5}\overrightarrow{AC}+\frac{2}{5}\overrightarrow{AB}$ [Faux]

$\overrightarrow{AG}=\frac{1}{5}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{5}\overrightarrow{AC}$

a) Calculer $\alpha+\beta$ et $\alpha\times\beta$

b) Déterminer α et β puis déduire x_1 et x_2.

Exercice n°3 :(9 pts)

ABC un triangle tel que : $AB=3\ cm$ et $AC=4\ cm$, I et J sont les milieux respectifs des cotés $[AC]$ et $[AB]$.

Soit E le barycentre des points pondérés $(A,3)$ et $(C,1)$.

1) a) Faire une figure et construire le point E.

b) Déterminer l'ensemble suivant : $\zeta=\{M\in\wp, \|3\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}\|=4\}$

2) Soit G le point vérifiant : $3\overrightarrow{GA}+2\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}$

a) Montrer que G est le barycentre des points pondérés $(B,1)$ et $(E,2)$.

b) Montrer que les points G, I et J sont alignés.

c) En déduire que les droites (IJ) et (BE) sont sécantes en G.

3) a) Vérifier que $\overrightarrow{GC}=2\overrightarrow{GI}+\overrightarrow{AG}$.

b) En déduire que G est le centre de gravité du triangle ABI.

4) Soit G' le point qui vérifie : $\overrightarrow{BG'}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$.

a) Montrer que G' est le barycentre des points B et C affectés de coefficients que l'on déterminera.

b) Montrer que les droites (GG') et (AC) sont parallèles.

ABC un triangle tel que : $AB=3\ cm$ et $AC=4\ cm$, I et J sont les milieux respectifs des cotés $[AC]$ et $[AB]$.

Soit E le barycentre des points pondérés $(A,3)$ et $(C,1)$.

1) a) Faire une figure et construire le point E.

b) Déterminer l'ensemble suivant : $\zeta=\{M\in\wp, \|3\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}\|=4\}$

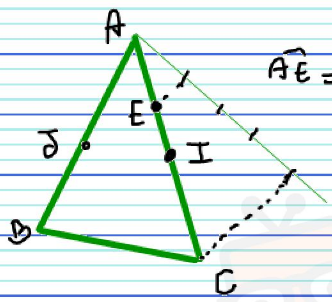
2) Soit G le point vérifiant : $3\overrightarrow{GA}+2\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}$

a) Montrer que G est le barycentre des points pondérés $(B,1)$ et $(E,2)$.

b) Montrer que les points G, I et J sont alignés.

c) En déduire que les droites (IJ) et (BE) sont sécantes en G.

$E=\text{bary}\{(A,3)\ (C,1)\}$



$\overrightarrow{AE}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$

b) $M\in\zeta \Leftrightarrow \|3\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}\|=4$

$\Leftrightarrow \|3\overrightarrow{ME}+3\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{ME}+\overrightarrow{EC}\|=4$

$\Leftrightarrow \|4\overrightarrow{ME}\|=4$

$\Leftrightarrow ME=1 \Leftrightarrow M\in\mathcal{C}(E,1)$

ABC un triangle tel que : $AB = 3\ cm$ et $AC = 4\ cm$, I et J sont les milieux respectifs des cotés $[AC]$ et $[AB]$.

Soit E le barycentre des points pondérés $(A,3)$ et $(C,1)$.

1) a) Faire une figure et construire le point E.

b) Déterminer l'ensemble suivant : $\zeta = \{M \in \mathcal{P}, \|3\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC}\| = 4\}$

2) Soit G le point vérifiant $3\overrightarrow{GA} + 2\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$

a) Montrer que G est le barycentre des points pondérés $(B,1)$ et $(E,2)$.

b) Montrer que les points G, I et J sont alignés.

c) En déduire que les droites (IJ) et (BE) sont sécantes en G.

$3\overrightarrow{GA} + 2\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$

$\Leftrightarrow \underline{3\overrightarrow{GE}} + 3\overrightarrow{EA} + 2\overrightarrow{GB} + \underline{\overrightarrow{GE}} + \overrightarrow{EC} = \vec{0}$

$\Leftrightarrow 4\overrightarrow{GE} + 2\overrightarrow{GB} = \vec{0}$

$\Leftrightarrow 2\left[2\overrightarrow{GE} + \overrightarrow{GB}\right] = \vec{0}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{GB} + 2\overrightarrow{GE} = \vec{0}$

G bbp $(B,1)$ $(E,2)$

$J = A*B$

$I = A*C$

ABC un triangle tel que : $AB = 3\ cm$ et $AC = 4\ cm$, I et J sont les milieux respectifs des cotés $[AC]$ et $[AB]$.

Soit E le barycentre des points pondérés $(A,3)$ et $(C,1)$.

1) a) Faire une figure et construire le point E.

b) Déterminer l'ensemble suivant : $\zeta = \{M \in \mathcal{P}, \|3\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC}\| = 4\}$

2) Soit G le point vérifiant $3\overrightarrow{GA} + 2\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$

a) Montrer que G est le barycentre des points pondérés $(B,1)$ et $(E,2)$.

b) Montrer que les points G, I et J sont alignés.

c) En déduire que les droites (IJ) et (BE) sont sécantes en G.

$3\overrightarrow{GA} + 2\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$

$\Leftrightarrow 2\left[\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB}\right] + \left[\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC}\right] = \vec{0}$

$\Leftrightarrow 2\left[\overrightarrow{GJ} + \overrightarrow{JA} + \overrightarrow{GJ} + \overrightarrow{JB}\right] + \left[\overrightarrow{GI} + \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{GI} + \overrightarrow{IC}\right] = \vec{0}$

$\Leftrightarrow 4\overrightarrow{GJ} + 2\overrightarrow{GI} = \vec{0}$

$\Leftrightarrow 2(2\overrightarrow{GJ} + \overrightarrow{GI}) = \vec{0}$

$\Leftrightarrow 2\overrightarrow{GJ} + \overrightarrow{GI} = \vec{0}$

G = bary de $\{(J,2),(I,1)\}$

$\Rightarrow$ G, J et I alignés

ABC un triangle tel que : $AB = 3\ cm$ et $AC = 4\ cm$, I et J sont les milieux respectifs des cotés $[AC]$ et $[AB]$.

Soit E le barycentre des points pondérés $(A,3)$ et $(C,1)$.

1) a) Faire une figure et construire le point E.

b) Déterminer l'ensemble suivant : $\zeta = \{M \in \mathcal{P}, \|3\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC}\| = 4\}$

2) Soit G le point vérifiant : $3\overrightarrow{GA} + 2\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$

a) Montrer que G est le barycentre des points pondérés $(B,1)$ et $(E,2)$.

b) Montrer que les points G, I et J sont alignés.

c) En déduire que les droites (IJ) et (BE) sont sécantes en G.

- $G = \text{bary}\{(B,1)\ (E,2)\}$

  $\Rightarrow G \in (BE)$

- G, I et J alignés

  $\Rightarrow G \in (IJ)$

d'où (IJ) et (BE) sont sécantes en G

car I, B et E non alignés

1- resoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $-4x^2 - x + 3 \leq 0$

$a+b+c=0$

$a-b+c=0$

2- Vérifier que pour tout réel x on a : $-4x^3 - 13x^2 + 9 = (x+3)(-4x^2 - x + 3)$.

3- En déduire alors la résolution dans $\mathbb{R}$ de l'inéquation $-4x^3 - 13x^2 + 9 \geq 0$.

1) $-4x^2 - x + 3 \leq 0$

$a = -4 \quad b = -1$ et $c = 3$

$a - b + c = -4 - (-1) + 3 = -4 + 1 + 3 = 0$

$x = -1$ ou $x = \frac{-c}{a} = \frac{-3}{-4} = \frac{3}{4}$ les racines du Trinome $-4x^2 - x + 3$

x	$-\infty$		-1		$\frac{3}{4}$		$+\infty$
$-4x^2 - x + 3$		$-$	0	$+$	0	$-$	

$S_{\mathbb{R}} =]-\infty,-1] \cup [\frac{3}{4};+\infty[$

1- resoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $-4x^2 - x + 3 \leq 0$

2- Vérifier que pour tout réel x on a : $-4x^3 - 13x^2 + 9 = (x+3)(-4x^2 - x + 3)$.

3- En déduire alors la résolution dans $\mathbb{R}$ de l'inéquation $-4x^3 - 13x^2 + 9 \geq 0$.

2) Pour tout $x \in \mathbb{R}$

$(x+3)(-4x^2 - x + 3) = -4x^3 - x^2 + 3x - 12x^2 - 3x + 9$

$= -4x^3 - 13x^2 + 9$

x	$-\infty$		-1		$\frac{3}{4}$		$+\infty$
$-4x^2 - x + 3$		$-$	0	$+$	0	$-$	

3) $-4x^3 - 13x^2 + 9 \geq 0$

$\Leftrightarrow \boxed{(x+3)}\boxed{(-4x^2 - x + 3)} \geq 0$

x	$-\infty$		-3		-1		$\frac{3}{4}$		$+\infty$
$x+3$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$-4x^2 - x + 3$		$-$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$(x+3)(-4x^2 + x + 3)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

$S_{\mathbb{R}} =]-\infty,-3] \cup [-1;\frac{3}{4}]$

c/ $(x^4-5x^2+4)\sqrt{x-1}=0.$

L'éq a un sens ssi $x \geq 1$

$\boxed{\text{soit } x \in [1,+\infty[}$

$(x^4-5x^2+4)\sqrt{x-1}=0$

$x^4-5x^2+4=0$ ou $\sqrt{x-1}=0$

$(x^2)^2-5(x^2)+4=0$ [on pose $t=x^2$] | $x=1$

$t^2-5t+4=0$

$a=1$, $b=-5$ et $c=4$

$a+b+c=0$

$t=1$ ou $t=\frac{4}{1}=4$

$x^2=1$ | $x^2=4$

$\boxed{x=1}$ ou $x=-1$ imp | $\boxed{x=2}$ ou $x=-2$ imp

$S_{\mathbb{R}}=\{1,2\}$